

## Chapitre 17 : Géométrie dans l'espace

Professeur : Ismail OUDAHA

# Plan de cours

- 1 Orthogonalité d'une droite et d'un plan
- 2 Parallélisme d'une droite et d'un plan
- 3 Aire et volume de solides
- 4 Agrandissement et réduction

- 1 Orthogonalité d'une droite et d'un plan
- 2 Parallélisme d'une droite et d'un plan
- 3 Aire et volume de solides
- 4 Agrandissement et réduction

## I- Orthogonalité d'une droite et d'un plan :

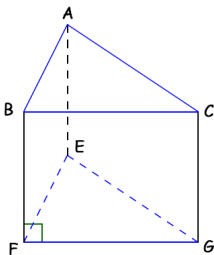
## I- Orthogonalité d'une droite et d'un plan :

### Activité :

## I- Orthogonalité d'une droite et d'un plan :

### Activité :

$ABCEFG$  un prisme rectangle.



- 1 Montrer que  $(AE)$  est orthogonal à  $(EF)$ .
- 2 Montrer que  $(AE)$  est orthogonal à  $(EG)$ .
- 3 Que déduis-tu concernant la position relative de  $(AE)$  et  $(EFG)$ .

## 1) Définition et propriété :

## 1) Définition et propriété :

### Définition :

On dit qu'une droite ( $D$ ) est perpendiculaire ou orthogonal à un plan ( $P$ ) en un point  $A$  si elle est perpendiculaire au point  $A$  à deux droites incluses dans le plan ( $P$ ) et sécantes en  $A$ .

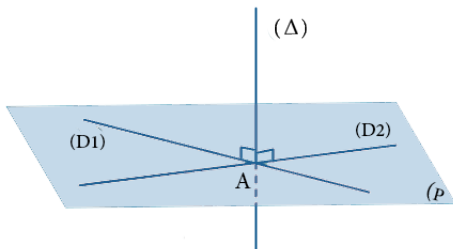
## 1) Définition et propriété :

### Définition :

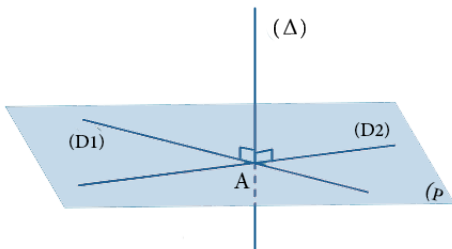
On dit qu'une droite ( $D$ ) est perpendiculaire ou orthogonal à un plan ( $P$ ) en un point  $A$  si elle est perpendiculaire au point  $A$  à deux droites incluses dans le plan ( $P$ ) et sécantes en  $A$ .

## Figure géométrique :

## Figure géométrique :

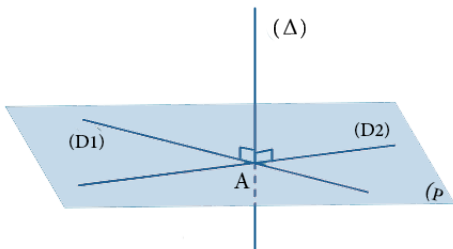


## Figure géométrique :



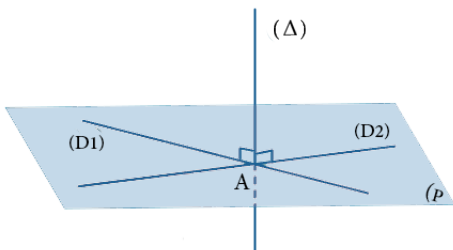
- On a :  $(\Delta) \perp (D_1)$  et  $(\Delta) \perp (D_2)$  au point  $A$ .

## Figure géométrique :



- On a :  $(\Delta) \perp (D_1)$  et  $(\Delta) \perp (D_2)$  au point  $A$ .
- $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont inclus dans  $(P)$ .

## Figure géométrique :



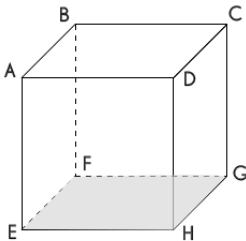
- On a :  $(\Delta) \perp (D_1)$  et  $(\Delta) \perp (D_2)$  au point  $A$ .
- $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont inclus dans  $(P)$ .

Alors :  $(\Delta) \perp (P)$

## Exemple :

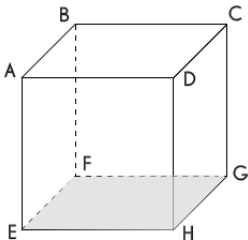
### Exemple :

$ABCDEFGH$  un cube , montrons que  $(AE) \perp (EFGH)$  ?



### Exemple :

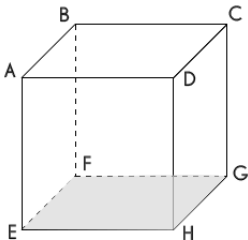
$ABCDEFGH$  un cube , montrons que  $(AE) \perp (EFGH)$  ?



- On a :  $ABFE$  et  $ADHF$  deux carrés donc :  $(AE) \perp (EH)$  en  $E$   
et  $(AE) \perp (EF)$  en  $E$  .

### Exemple :

$ABCDEFGH$  un cube , montrons que  $(AE) \perp (EFGH)$  ?



- On a :  $ABFE$  et  $ADHF$  deux carrés donc :  $(AE) \perp (EH)$  en  $E$  et  $(AE) \perp (EF)$  en  $E$  .
- $(EF)$  et  $(EH)$  sont inclus dans le plan  $(EFGH)$  et se coupent en  $E$ , alors  $(AE) \perp (EFGH)$  en  $E$ .

### Propriété :

Si une droite ( $D$ ) est orthogonal à un plan ( $P$ ) au point  $A$ , alors elle est perpendiculaire à toutes les droites de ( $P$ ) qui passent par  $A$ .

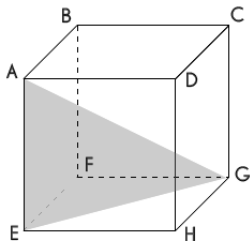
## Exemple :

### Exemple :

On considère le cube  $ABCDEFGH$  précédent , montrons que le triangle  $AEG$  est rectangle en  $E$  ?

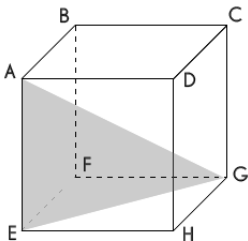
### Exemple :

On considère le cube  $ABCDEFGH$  précédent , montrons que le triangle  $AEG$  est rectangle en  $E$  ?



### Exemple :

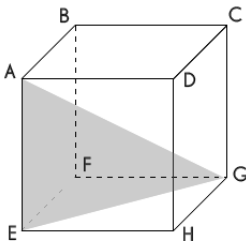
On considère le cube  $ABCDEFGH$  précédent , montrons que le triangle  $AEG$  est rectangle en  $E$  ?



On a :  $(AE) \perp (EFGH)$  en  $E$  et comme la droite  $(EG)$  incluse dans le plan  $(EFGH)$  et passe par  $E$ , donc :  $(AE) \perp (EG)$  .

### Exemple :

On considère le cube  $ABCDEFGH$  précédent , montrons que le triangle  $AEG$  est rectangle en  $E$  ?



On a :  $(AE) \perp (EFGH)$  en  $E$  et comme la droite  $(EG)$  incluse dans le plan  $(EFGH)$  et passe par  $E$ , donc :  $(AE) \perp (EG)$  .

Par conséquent le triangle  $AEG$  est rectangle en  $E$ .

## 2) Théorème de Pythagore dans l'espace :

## 2) Théorème de Pythagore dans l'espace :

### A- Théorème de Pythagore directe :

## 2) Théorème de Pythagore dans l'espace :

### A- Théorème de Pythagore directe :

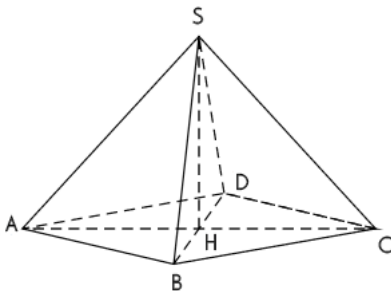
Exemple :

## 2) Théorème de Pythagore dans l'espace :

### A- Théorème de Pythagore directe :

#### Exemple :

On considère une pyramide régulier  $SABCD$  à base carré  $ABCD$  et de hauteur  $[SH]$  tel que :  $AC = BD = 12\text{ cm}$  et  $SH = 12\text{ cm}$



Calculons  $BC$  et  $SC$  ?

- Calculons de BC :

- Calculons de BC :

$ABCD$  est un carré donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ ,  
donc d'après le théorème de Pythagore directe on a :

- Calculons de BC :

$ABCD$  est un carré donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ ,  
donc d'après le théorème de Pythagore directe on a :

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

- Calculons de BC :

$ABCD$  est un carré donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ ,  
donc d'après le théorème de Pythagore directe on a :

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$BC^2 + BC^2 = AC^2 \quad (\text{car } AB = BC, ABCD \text{ carre})$$

- Calculons de BC :

$ABCD$  est un carré donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ ,  
donc d'après le théorème de Pythagore directe on a :

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$BC^2 + BC^2 = AC^2 \quad (\text{car } AB = BC, \text{ } ABCD \text{ carre})$$

$$2BC^2 = AC^2$$

- Calculons de BC :

$ABCD$  est un carré donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ ,  
donc d'après le théorème de Pythagore directe on a :

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$BC^2 + BC^2 = AC^2 \quad (\text{car } AB = BC, ABCD \text{ carre})$$

$$2BC^2 = AC^2$$

$$2BC^2 = 12^2$$

- Calculons de BC :

$ABCD$  est un carré donc le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ ,  
donc d'après le théorème de Pythagore directe on a :

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$BC^2 + BC^2 = AC^2 \quad (\text{car } AB = BC, ABCD \text{ carré})$$

$$2BC^2 = AC^2$$

$$2BC^2 = 12^2$$

$$BC^2 = \frac{144}{2} = 72$$

$$BC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

- Calculons de SC :

- Calculons de SC :

On a :  $[SH]$  hauteur de la pyramide  $SABCD$ , donc  
 $(SH) \perp (ABCD)$  en  $H$ , or  $(HC) \subset (ABCD)$ , alors  
 $(SH) \perp (HC)$ , donc le triangle  $SHC$  est rectangle en  $H$ , alors  
d'après le théorème de Pythagore directe :

- Calculons de SC :

On a :  $[SH]$  hauteur de la pyramide  $SABCD$ , donc  
 $(SH) \perp (ABCD)$  en  $H$ , or  $(HC) \subset (ABCD)$ , alors  
 $(SH) \perp (HC)$ , donc le triangle  $SHC$  est rectangle en  $H$ , alors  
d'après le théorème de Pythagore directe :

$$SH^2 + HC^2 = SC^2$$

- Calculons de SC :

On a :  $[SH]$  hauteur de la pyramide  $SABCD$ , donc  
 $(SH) \perp (ABCD)$  en  $H$ , or  $(HC) \subset (ABCD)$ , alors  
 $(SH) \perp (HC)$ , donc le triangle  $SHC$  est rectangle en  $H$ , alors  
d'après le théorème de Pythagore directe :

$$SH^2 + HC^2 = SC^2$$

$$SC^2 = 12^2 + 6^2 \quad \left( \text{car } HC = \frac{AC}{2} \right)$$

- Calculons de SC :

On a :  $[SH]$  hauteur de la pyramide  $SABCD$ , donc  
 $(SH) \perp (ABCD)$  en  $H$ , or  $(HC) \subset (ABCD)$ , alors  
 $(SH) \perp (HC)$ , donc le triangle  $SHC$  est rectangle en  $H$ , alors  
d'après le théorème de Pythagore directe :

$$SH^2 + HC^2 = SC^2$$

$$SC^2 = 12^2 + 6^2 \quad \left( \text{car } HC = \frac{AC}{2} \right)$$

$$SC^2 = 144 + 36$$

- Calculons de SC :

On a :  $[SH]$  hauteur de la pyramide  $SABCD$ , donc  
 $(SH) \perp (ABCD)$  en  $H$ , or  $(HC) \subset (ABCD)$ , alors  
 $(SH) \perp (HC)$ , donc le triangle  $SHC$  est rectangle en  $H$ , alors  
d'après le théorème de Pythagore directe :

$$SH^2 + HC^2 = SC^2$$

$$SC^2 = 12^2 + 6^2 \quad \left( \text{car } HC = \frac{AC}{2} \right)$$

$$SC^2 = 144 + 36$$

$$SC^2 = 180$$

- Calculons de SC :

On a :  $[SH]$  hauteur de la pyramide  $SABCD$ , donc  
 $(SH) \perp (ABCD)$  en  $H$ , or  $(HC) \subset (ABCD)$ , alors  
 $(SH) \perp (HC)$ , donc le triangle  $SHC$  est rectangle en  $H$ , alors  
d'après le théorème de Pythagore directe :

$$SH^2 + HC^2 = SC^2$$

$$SC^2 = 12^2 + 6^2 \quad \left( \text{car } HC = \frac{AC}{2} \right)$$

$$SC^2 = 144 + 36$$

$$SC^2 = 180$$

$$SC = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

## B- Théorème de Pythagore réciproque :

## B- Théorème de Pythagore réciproque :

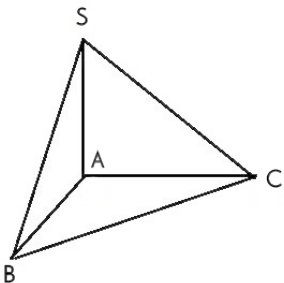
Exemple :

## B- Théorème de Pythagore réciproque :

### Exemple :

Soit  $SABC$  un tétraèdre à base le triangle  $ABC$  tel que :

$$AC = 3 \text{ cm}, AB = 4 \text{ cm et } BC = 5 \text{ cm}$$



Montrons que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ ?

$$\text{On a : } \left\{ \begin{array}{l} AB^2 = 4^2 = 16 \end{array} \right.$$

$$\text{On a : } \begin{cases} AB^2 = 4^2 = 16 \\ AC^2 = 3^2 = 9 \end{cases}$$

$$\text{On a : } \begin{cases} AB^2 = 4^2 = 16 \\ AC^2 = 3^2 = 9 \\ BC^2 = 5^2 = 25 \end{cases}$$

$$\text{On a : } \begin{cases} AB^2 = 4^2 = 16 \\ AC^2 = 3^2 = 9 \\ BC^2 = 5^2 = 25 \end{cases}$$

On remarque que :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{On a : } \begin{cases} AB^2 = 4^2 = 16 \\ AC^2 = 3^2 = 9 \\ BC^2 = 5^2 = 25 \end{cases}$$

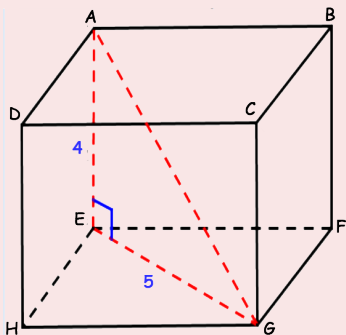
On remarque que :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Donc d'après le théorème de Pythagore réciproque , le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .

## Application :

On considère la figure suivante telle que :  $ABCDEFGH$  un cube et  
 $AE = 4 \text{ cm}$  ,  $EG = 5 \text{ cm}$



Calculer  $AG$  ?

- 1 Orthogonalité d'une droite et d'un plan
- 2 Parallélisme d'une droite et d'un plan
- 3 Aire et volume de solides
- 4 Agrandissement et réduction

## II- Parallélisme d'une droite et d'un plan :

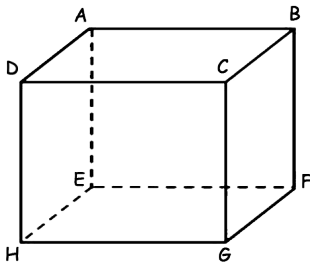
## II- Parallélisme d'une droite et d'un plan :

### Activité :

## II- Parallélisme d'une droite et d'un plan :

### Activité :

$ABCDEFGH$  un cube.



- 1 Que peut-on dire des droites  $(AD)$  et  $(BC)$  ?
- 2 Que peut-on dire des droites  $(AD)$  et  $(FG)$  ?
- 3 Quel est le plan qui contient les deux droites  $(BC)$  et  $(FG)$  ?
- 4 Que déduisez-vous ?

## 1) Définition et propriété :

## 1) Définition et propriété :

### Définition :

On dit qu'une droite ( $D$ ) est parallèle à un plan ( $P$ ), si ( $D$ ) est incluse dans ( $P$ ) ou si ( $D$ ) et ( $P$ ) n'ont aucun point commun.

## 1) Définition et propriété :

### Définition :

On dit qu'une droite ( $D$ ) est parallèle à un plan ( $P$ ), si ( $D$ ) est incluse dans ( $P$ ) ou si ( $D$ ) et ( $P$ ) n'ont aucun point commun.

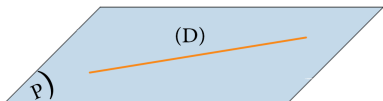
### Figure géométrique :

## 1) Définition et propriété :

### Définition :

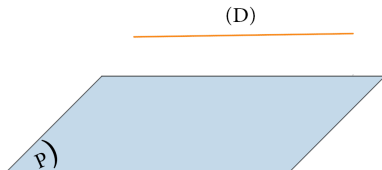
On dit qu'une droite  $(D)$  est parallèle à un plan  $(P)$ , si  $(D)$  est incluse dans  $(P)$  ou si  $(D)$  et  $(P)$  n'ont aucun point commun.

### Figure géométrique :



$(D)$  inclus dans  $(P)$

donc :  $(D) // (P)$



$(D)$  et  $(P)$  n'ont aucun point

commun donc :  $(D) // (P)$

### Propriété :

Une droite ( $D$ ) est parallèle à un plan ( $P$ ), si elle est parallèle à une droite ( $\Delta$ ) incluse dans le plan ( $P$ ).

### Propriété :

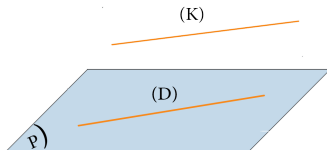
Une droite ( $D$ ) est parallèle à un plan ( $P$ ), si elle est parallèle à une droite ( $\Delta$ ) incluse dans le plan ( $P$ ).

### Figure géométrique :

## Propriété :

Une droite  $(D)$  est parallèle à un plan  $(P)$ , si elle est parallèle à une droite  $(\Delta)$  incluse dans le plan  $(P)$ .

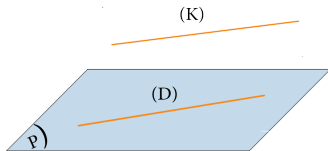
## Figure géométrique :



## Propriété :

Une droite  $(D)$  est parallèle à un plan  $(P)$ , si elle est parallèle à une droite  $(\Delta)$  incluse dans le plan  $(P)$ .

### Figure géométrique :



$$\text{On a : } \begin{cases} - (D) \subset (P) & ((D) \text{ inclus dans } (P)) \\ - (D) // (K) \end{cases}$$

$$\text{Donc : } (K) // (P)$$

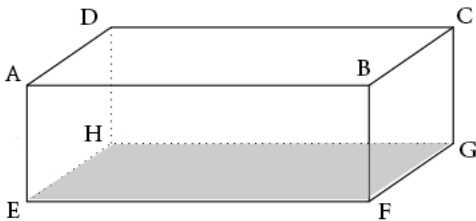
## Exemple :

## Exemple :

Soit  $ABCDEFGH$  un parallélépipède :

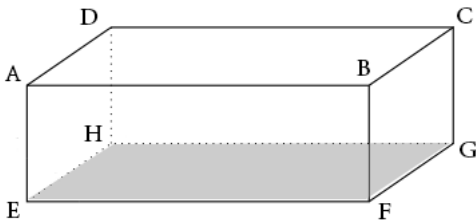
## Exemple :

Soit  $ABCDEFGH$  un parallélépipède :



### Exemple :

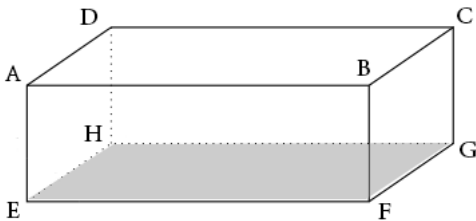
Soit  $ABCDEFGH$  un parallélépipède :



Montrons que :  $(AB) // (EFGH)$ ?

### Exemple :

Soit  $ABCDEFGH$  un parallélépipède :



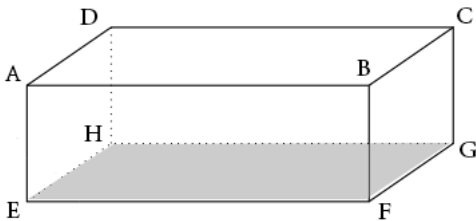
Montrons que :  $(AB) // (EFGH)$ ?

On a :  $ABFE$  est rectangle , donc :  $(AB) // (EF)$  et

$(EF) \subset (EFGH)$

### Exemple :

Soit  $ABCDEFGH$  un parallélépipède :



Montrons que :  $(AB) // (EFGH)$  ?

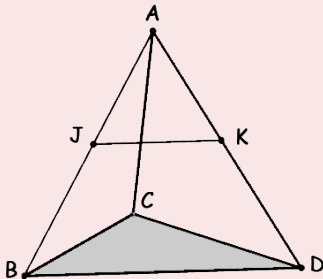
On a :  $ABFE$  est rectangle , donc :  $(AB) // (EF)$  et

$(EF) \subset (EFGH)$

Donc :  $(AB) // (EFGH)$  .

## Application :

Soit  $ABCD$  un tétraèdre et soient  $J$  le milieu de  $[AB]$  et  $K$  le milieu de  $[AD]$ .



Montrer que :  $(JK) \parallel (BCD)$ ?

## 2) Théorème de Thalès dans l'espace :

## 2) Théorème de Thalès dans l'espace :

### A- Théorème de Thalès directe :

## 2) Théorème de Thalès dans l'espace :

### A- Théorème de Thalès directe :

Exemple :

## 2) Théorème de Thalès dans l'espace :

### A- Théorème de Thalès directe :

#### Exemple :

On considère la pyramide  $ABCD$  tel que :

## 2) Théorème de Thalès dans l'espace :

### A- Théorème de Thalès directe :

#### Exemple :

On considère la pyramide  $ABCD$  tel que :

$$(KJ) // (BC), AK = 2, AB = 6, \text{ et } BC = 9$$

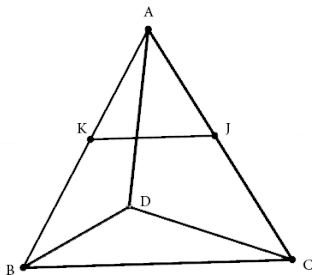
## 2) Théorème de Thalès dans l'espace :

### A- Théorème de Thalès directe :

#### Exemple :

On considère la pyramide  $ABCD$  tel que :

$$(KJ) // (BC), AK = 2, AB = 6, \text{ et } BC = 9$$



Calculons  $KJ$ ?

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} - K \in [AB] \\ - J \in [AC] \\ - (KJ) // (BC) \end{array} \right.$$

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} - K \in [AB] \\ - J \in [AC] \\ - (KJ) // (BC) \end{array} \right.$$

Donc d'après le théorème de Thalès direct, on a :

$$\frac{AK}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{KJ}{BC}$$

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} - K \in [AB] \\ - J \in [AC] \\ - (KJ) // (BC) \end{array} \right.$$

Donc d'après le théorème de Thalès direct, on a :

$$\frac{AK}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{KJ}{BC}$$

c'est à dire :

$$\frac{2}{6} = \frac{AJ}{AC} = \frac{KJ}{9}$$

- Calculons de KJ :

- Calculons de KJ :

On a :

$$\frac{2}{6} = \frac{KJ}{9}$$

- Calculons de KJ :

On a :

$$\frac{2}{6} = \frac{KJ}{9}$$

c'est à dire :

$$6 \times KJ = 2 \times 9$$

- Calculons de KJ :

On a :

$$\frac{2}{6} = \frac{KJ}{9}$$

c'est à dire :

$$6 \times KJ = 2 \times 9$$

c'est à dire :

$$KJ = \frac{2 \times 9}{6}$$

- Calculons de KJ :

On a :

$$\frac{2}{6} = \frac{KJ}{9}$$

c'est à dire :

$$6 \times KJ = 2 \times 9$$

c'est à dire :

$$KJ = \frac{2 \times 9}{6}$$

Donc :

$$KJ = 3$$

## B- Théorème de Thalès réciproque :

## B- Théorème de Thalès réciproque :

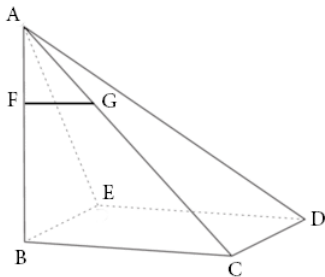
Exemple :

## B- Théorème de Thalès réciproque :

### Exemple :

Soit  $ABCDE$  une pyramide telle que  $F \in [AB]$  et  $G \in [AC]$  et :

$$AF = 3, AB = 9, AG = 4, AC = 12$$

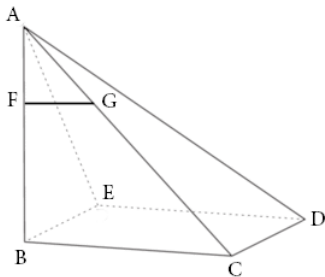


## B- Théorème de Thalès réciproque :

### Exemple :

Soit  $ABCDE$  une pyramide telle que  $F \in [AB]$  et  $G \in [AC]$  et :

$$AF = 3, AB = 9, AG = 4, AC = 12$$



Montrons que :  $(FG) // (BC)$  ?

$$\text{On a : } \frac{AF}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AG}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{On a : } \frac{AF}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AG}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc : } \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$$

$$\text{On a : } \frac{AF}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AG}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc : } \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$$

On considère le triangle  $ABC$ , on a :



$$\text{On a : } \frac{AF}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AG}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc : } \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$$

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

- $F \in [AB]$  et  $G \in [AC]$
- Les points  $A, F, B$  ont mme ordre que les points  $A, G$  et  $C$

$$\text{On a : } \frac{AF}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AG}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc : } \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$$

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} - F \in [AB] \quad \text{et} \quad G \in [AC] \\ - \text{Les points } A, F, B \text{ ont mme ordre que les points } A, G \text{ et } C \\ - \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC} \end{array} \right.$$

$$\text{On a : } \frac{AF}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AG}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc : } \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$$

On considère le triangle  $ABC$ , on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} - F \in [AB] \quad \text{et} \quad G \in [AC] \\ - \text{Les points } A, F, B \text{ ont mme ordre que les points } A, G \text{ et } C \\ - \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC} \end{array} \right.$$

Donc, d'après le théorème de Thalès réciproque, on a :  
 $(FG) \parallel (BC)$

- 1 Orthogonalité d'une droite et d'un plan
- 2 Parallélisme d'une droite et d'un plan
- 3 Aire et volume de solides**
- 4 Agrandissement et réduction

### III- Aire et volume de solides :

### III- Aire et volume de solides :

Activité :

### III- Aire et volume de solides :







#### Activité :

$ABCDEFGH$  un cube tel que :  $AB = 2\text{ m}$

- 1 Calculer la surface du carré  $EFGH$ .
- 2 Déduire la surface total du cube  $ABCDEFGH$
- 3 Calculer le volume de cube  $ABCDEFGH$

## Règles :

## Règles :

Solide	Aire	Volume
[ $A_T$ = aire totale ] [ $A_l$ = aire latérale ] [ $A_b$ = aire base ] [ $P_b$ = périmètre base ] [ $a_p$ = apothème pyramide ]		
<b>Prisme droit</b>  On peut empiler des bases jusqu'à obtenir la hauteur h.	$A_T = 2A_b + A_l$ $A_l = P_b \times h$ $A_b$ et $P_b$ dépendent du polygone formant la base du prisme.	$V = A_b \times h$ $A_b$ dépend du polygone formant la base du prisme.
<b>Cylindre</b> 	$A_T = 2A_b + A_l$ $A_b = \pi r^2$ $A_l = P_b \times h = 2\pi r h$	$V = A_b \times h$ $V = \pi r^2 h$
<b>Sphère</b> 	$A_T = 4\pi r^2$	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$
<b>Cône</b> 	$A_T = A_b + A_l$ $A_b = \pi r^2$ $A_l = \pi r a$	$V = \frac{A_b \times h}{3}$ $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
<b>Pyramide</b> 	$A_T = A_b + A_l$ $A_l = \frac{P_b \times a_p}{2}$ $A_b$ et $P_b$ dépendent du polygone formant la base de la pyramide.	$V = \frac{A_b \times h}{3}$ $A_b$ dépend du polygone formant la base de la pyramide.
<b>Cube</b> 	$A_T = 6c^2$	$V = c^3$

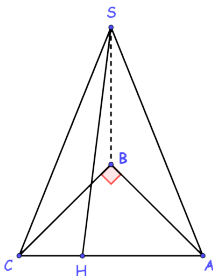
## Exemple :

### Exemple :

Soit  $SABC$  est une pyramide dont la base est  $ABC$  triangle rectangle en  $B$ , tel que  $SAB$  et  $SBC$  sont rectangle en  $B$ , avec :

$AB = 4 \text{ cm}$ ,  $BC = 3 \text{ cm}$ ,  $AC = 5 \text{ cm}$ ,  $SB = 6 \text{ cm}$ , et  $SH = 3,4 \text{ cm}$

Avec :  $SH$  est hauteur du triangle  $SAC$ .



Calculons l'aire et le volume de pyramide  $SABC$  ?

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\mathcal{A} =$$

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ABS} + \mathcal{A}_{SBC} + \mathcal{A}_{ASC} + \mathcal{A}_{ABC}$$

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ABS} + \mathcal{A}_{SBC} + \mathcal{A}_{ASC} + \mathcal{A}_{ABC}$$

=

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \mathcal{A}_{ABS} + \mathcal{A}_{SBC} + \mathcal{A}_{ASC} + \mathcal{A}_{ABC} \\ &= \frac{AB \times SB}{2} + \frac{BC \times BS}{2} + \frac{SA \times AC}{2} + \frac{BA \times BC}{2} \end{aligned}$$

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \mathcal{A}_{ABS} + \mathcal{A}_{SBC} + \mathcal{A}_{ASC} + \mathcal{A}_{ABC} \\ &= \frac{AB \times SB}{2} + \frac{BC \times BS}{2} + \frac{SA \times AC}{2} + \frac{BA \times BC}{2} \\ &= \end{aligned}$$

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \mathcal{A}_{ABS} + \mathcal{A}_{SBC} + \mathcal{A}_{ASC} + \mathcal{A}_{ABC} \\ &= \frac{AB \times SB}{2} + \frac{BC \times BS}{2} + \frac{SA \times AC}{2} + \frac{BA \times BC}{2} \\ &= \frac{(4 \times 6) + (3 \times 6) + (3,4 \times 5) + (4 \times 3)}{2} \end{aligned}$$

1) L'aire du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \mathcal{A}_{ABS} + \mathcal{A}_{SBC} + \mathcal{A}_{ASC} + \mathcal{A}_{ABC} \\ &= \frac{AB \times SB}{2} + \frac{BC \times BS}{2} + \frac{SA \times AC}{2} + \frac{BA \times BC}{2} \\ &= \frac{(4 \times 6) + (3 \times 6) + (3,4 \times 5) + (4 \times 3)}{2} \\ &= 35,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$V =$$

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SH$$

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SH$$

=

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{BA \times BC}{2} \times SH \end{aligned}$$

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{BA \times BC}{2} \times SH \\ &= \end{aligned}$$

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{BA \times BC}{2} \times SH \\ &= \frac{4 \times 3 \times 3,4}{6} \end{aligned}$$

2) Le volume du pyramide  $SABC$  est :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times SH \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{BA \times BC}{2} \times SH \\ &= \frac{4 \times 3 \times 3,4}{6} \\ &= 6,8 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

### Application :

Soit un cône de révolution de rayon de base  $r = 3 \text{ cm}$  , de hauteur  $h = 4 \text{ cm}$  et de génératrice  $R = 5 \text{ cm}$

- 1 Calculer l'aire du cône.
- 2 Calculer le volume du cône.

- 1 Orthogonalité d'une droite et d'un plan
- 2 Parallélisme d'une droite et d'un plan
- 3 Aire et volume de solides
- 4 Agrandissement et réduction

## IV- Agrandissement et réduction :

## IV- Agrandissement et réduction :

### 1) Définition et remarques :

## IV- Agrandissement et réduction :

### 1) Définition et remarques :

#### Définition :

On dit qu'une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre figure, lorsque leurs longueurs sont proportionnelles de rapport  $K$ . C'est à dire on obtient le deuxième solide en multipliant les arêtes de premier par le nombre positif non nul  $K$  ( $K \neq 1$ ).  
 $K$  est appelé **coefficient d'agrandissement ou de réduction**.

## Remarques importantes :

### Remarques importantes :

- Si  $K > 1$ , il s'agit d'un **agrandissement** .

### Remarques importantes :

- Si  $K > 1$ , il s'agit d'un **agrandissement** .
- Si  $0 < K < 1$ , il s'agit d'une **réduction** .

### Remarques importantes :

- Si  $K > 1$ , il s'agit d'un **agrandissement** .
- Si  $0 < K < 1$ , il s'agit d'une **réduction**.
- Si  $K$  est le coefficient d'agrandissement, alors le rapport de réduction est :  $\frac{1}{K}$

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

Propriété :

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

### Propriété :

Dans une agrandissement ou d'une réduction dans l'espace de rapport  $K$ .

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

### Propriété :

Dans une agrandissement ou d'une réduction dans l'espace de rapport  $K$ .

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

### Propriété :

Dans une agrandissement ou d'une réduction dans l'espace de rapport  $K$ .

- Les longueurs sont multipliés par  $K$ .

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

### Propriété :

Dans une agrandissement ou d'une réduction dans l'espace de rapport  $K$ .

- Les longueurs sont multipliés par  $K$ .
- Les aires sont multipliés par  $K^2$ .

## 2) L'influence de l'agrandissement ou la réduction sur les aires et les volumes :

### Propriété :

Dans une agrandissement ou d'une réduction dans l'espace de rapport  $K$ .

- Les longueurs sont multipliés par  $K$ .
- Les aires sont multipliés par  $K^2$ .
- Les volumes sont multipliés par  $K^3$

L : Longueur

A : Aire

V : Volume

Solide  
d'origine

Agrandissement ou réduction du  
rapport K

Solide  
obtenu

L

$$L' = K \times L$$

L'

A

$$A' = K^2 \times A$$

A'

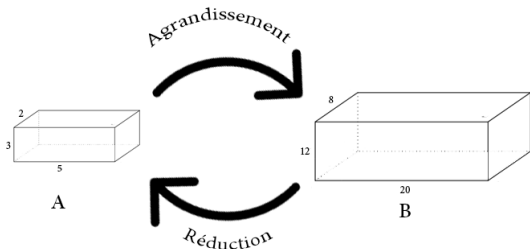
V

$$V' = K^3 \times V$$

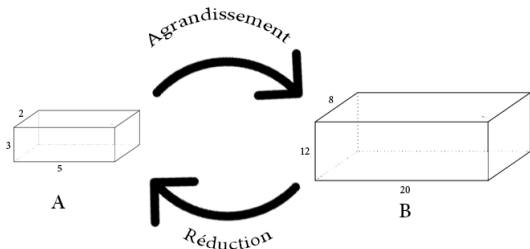
V'

## Exemple :

## Exemple :

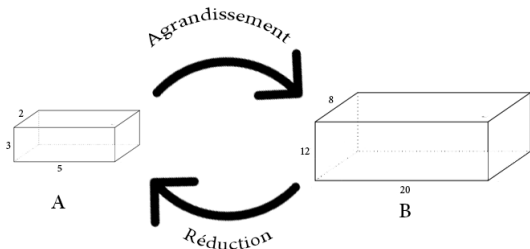


## Exemple :



- Le parallélépipède **B** est un agrandissement du parallélépipède **A** de rapport d'agrandissement 4 (car les longueurs sont multipliés par 4).

## Exemple :



- Le parallélépipède **B** est un agrandissement du parallélépipède **A** de rapport d'agrandissement 4 (car les longueurs sont multipliés par 4).
- **A** est une réduction de **B** de rapport  $\frac{1}{4}$ .

- L'aire de  $A$  est :

$$A = 2(ab+ac+bc) = 2(5 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 2) = 2 \times 31 = 62 \text{ cm}^2$$

- L'aire de  $A$  est :

$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(5 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 2) = 2 \times 31 = 62 \text{ cm}^2$$

- L'aire de  $B$  est :

$$A' = K^2 \times A = 4^2 \times 62 = 992 \text{ cm}^2$$

- L'aire de  $A$  est :

$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(5 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 2) = 2 \times 31 = 62 \text{ cm}^2$$

- L'aire de  $B$  est :

$$A' = K^2 \times A = 4^2 \times 62 = 992 \text{ cm}^2$$

- Le volume de  $A$  est :

$$V = a \times b \times c = 5 \times 3 \times 2 = 30 \text{ cm}^3$$

- L'aire de  $A$  est :

$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(5 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 2) = 2 \times 31 = 62 \text{ cm}^2$$

- L'aire de  $B$  est :

$$A' = K^2 \times A = 4^2 \times 62 = 992 \text{ cm}^2$$

- Le volume de  $A$  est :

$$V = a \times b \times c = 5 \times 3 \times 2 = 30 \text{ cm}^3$$

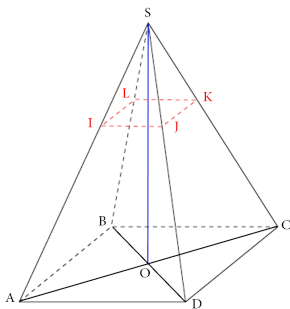
- Le volume de  $B$  est :

$$V' = K^3 \times V = 4^3 \times 30 = 1920 \text{ cm}^3$$

### Application :

La figure ci-dessous représente une pyramide régulière à base carré  $ABCD$  et de hauteur  $[SO]$  tel que :  $BC = 6\text{ cm}$  et  $SO = 4\text{ cm}$ .  $I, J, K$  et  $L$  sont respectivement les milieux de  $[SA], [SB], [SC]$  et  $[SD]$  tel que :

$$SI = SJ = SK = SL = \frac{1}{3} SA$$



- ① Montrer que :  $IJ = 2 \text{ cm}$
  
- ② Sachant que la pyramide  $SABCD$  est un agrandissement de pyramide  $SIJKL$ .
  - a) Déterminer son coefficient.
  
  - b) Calculer l'aire du carré  $ABCD$  et déduire l'air du carré  $IJKL$ .
  
- ③ Calculer le volume du pyramide  $SABCD$  et déduire le volume du pyramide  $SIJKL$ .
  
- ④ Déduire le volume  $V$  du solide  $ABCDIJKL$ .