Chapitre 13 : Équation d'une droite

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

I- Équation réduite d'une droite :

I- Équation réduite d'une droite :

Activité :

I- Équation réduite d'une droite :

Activité :

on considère la droite (AB) tel que : $(AB):\ y = 3x + 1$

1. Trouver l'abscisse du point A tel que son ordonnée est 2.
2. Trouver l'ordonnée du point B tel que son abscisse est 0.
3. Construire la droite (AB) dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Définition :

Définition :

Soit (O, I, J) un repère orthonormé. L'équation réduite d'une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnés s'écrit sous forme :

$$(D) : y = mx + p$$

avec :

- m : est appelé le **coefficient directeur** de la droite (D)

- p : est appelé **l'ordonné à l'origine**.

Exemples :

Exemples :

- $(D) : y = 3x + 4$ est une équation réduite de la droite (D) tel que le coefficient directeur est 3, et l'ordonné à l'origine est 4.

Exemples :

- $(D) : y = 3x + 4$ est une équation réduite de la droite (D) tel que le coefficient directeur est 3, et l'ordonné à l'origine est 4.
- $(\Delta) : y = \dfrac{2}{5}x - 6$ est une équation réduite de la droite (Δ) tel que le coefficient directeur est $\dfrac{2}{5}$, et l'ordonné à l'origine est -6.

Remarque :

Remarque :

Soit $(D) : y = mx + p$ l'équation réduite de la droite (D) et $A(x_A, y_A)$ un point du plan, alors : $A \in (D)$ signifie que :

$$y_A = m\,x_A + p$$

Remarque :

Soit $(D) : y = mx + p$ l'équation réduite de la droite (D) et $A(x_A, y_A)$ un point du plan, alors : $A \in (D)$ signifie que :

$$y_A = m\,x_A + p$$

Exemple :

Remarque :

Soit $(D) : y = mx + p$ l'équation réduite de la droite (D) et $A(x_A, y_A)$ un point du plan, alors : $A \in (D)$ signifie que :

$$y_A = m\,x_A + p$$

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = 2x - 3$.
Le point $A(1, -1)$ appartient-il à la droite (D) ?

Remarque :

Soit $(D) : y = mx + p$ l'équation réduite de la droite (D) et $A(x_A, y_A)$ un point du plan, alors : $A \in (D)$ signifie que :

$$y_A = m\,x_A + p$$

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = 2x - 3$.
Le point $A(1, -1)$ appartient-il à la droite (D) ?

On a :

$$2 \times x_A - 3 = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1$$

Remarque :

Soit $(D) : y = mx + p$ l'équation réduite de la droite (D) et $A(x_A, y_A)$ un point du plan, alors : $A \in (D)$ signifie que :

$$y_A = m\,x_A + p$$

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = 2x - 3$.
Le point $A(1, -1)$ appartient-il à la droite (D) ?

On a :

$$2 \times x_A - 3 = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1$$

Donc : $y_A = 2\,x_A - 3$, alors $A \in (D)$

Application 1 :

Application 1 :

On considère la droite (D) d'équation : $y = 3x - 8$

1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonné à l'origine de (D).
2. Déterminer parmi les points suivants ceux qui appartient à la droite (D) : $A(2;0)$, $B(1;-5)$

Application 1 :

On considère la droite (D) d'équation : $y = 3x - 8$

1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonné à l'origine de (D).
2. Déterminer parmi les points suivants ceux qui appartient à la droite (D) : $A(2;0)$, $B(1;-5)$

Application 2 :

Application 1 :

On considère la droite (D) d'équation : $y = 3x - 8$

1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonné à l'origine de (D).
2. Déterminer parmi les points suivants ceux qui appartient à la droite (D) : $A(2;0)$, $B(1;-5)$

Application 2 :

On considère la droite (D) d'équation : $y = 3x - 1$

1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonné à l'origine de (D).
2. Est-ce-que le point $A(-1;4)$ appartient à la droite (D).
3. Déterminer la valeur de a tel que $B(a,3)$ appartient à la droite (D).

II- Tracer une droite définie par son équation :

II- Tracer une droite définie par son équation :

Règle :

II- Tracer une droite définie par son équation :

Règle :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite .

II- Tracer une droite définie par son équation :

Règle :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite .

Exemple :

II- Tracer une droite définie par son équation :

Règle :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite .

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = -2x + 3$.

II- Tracer une droite définie par son équation :

Règle :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite .

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = -2x + 3$.
Soient $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ deux points appartient à la droite (D), donc :

II- Tracer une droite définie par son équation :

Règle :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite .

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = -2x + 3$.
Soient $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ deux points appartient à la droite (D), donc :

- Si $x_A = 1$, alors : $y_A = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$, Donc : $A(1; 1)$

II- Tracer une droite définie par son équation :

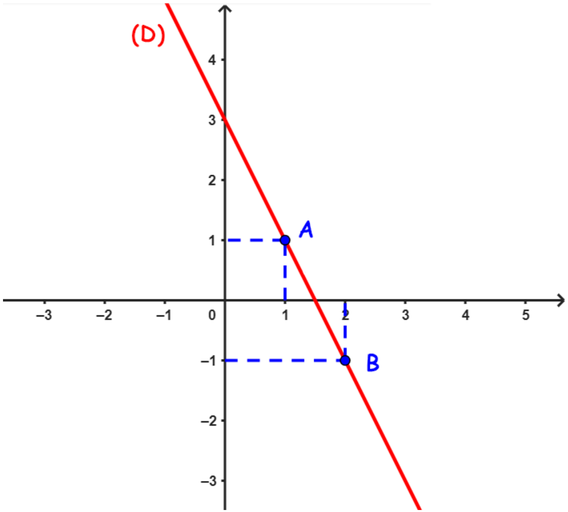
Règle :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite .

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation : $y = -2x + 3$.
Soient $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ deux points appartient à la droite (D), donc :

- Si $x_A = 1$, alors : $y_A = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$, Donc : $A(1; 1)$
- Si $x_B = 2$, alors : $y_B = -2 \times 2 + 3 = -4 + 3 = -1$, Donc : $B(2; -1)$


(D)
A
B
4
3
2
1
−1
−2
−3
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

Application :

Application :

Dans un repère orthonormé (O, I, J), tracer les droites suivantes :

- $(D) : y = 2x + 1$
- $(\Delta) : y = -x + 4$

III- Trouver une équation réduite d'une droite définie par deux points :

III- Trouver une équation réduite d'une droite définie par deux points :

Propriété :

III- Trouver une équation réduite d'une droite définie par deux points :

Propriété :

Si la droite (D) définie par l'équation $y = mx + p$ passant par les deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, donc son coefficient directeur est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \qquad avec : \quad x_A \neq x_B$$

Exemple :

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(0, 4)$, $B(-2, 0)$. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).

On sait que : $(AB) : y = mx + p$

- Déterminons m :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 4}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

- Déterminons p :

On a : $A \in (AB)$, alors :

$$\begin{aligned} y_A &= 2\,x_A + p \\ c'est\ a\ dire : \quad 4 &= 2 \times 0 + p \\ c'est\ a\ dire : \quad p &= 4 \end{aligned}$$

Donc : (AB) : $y = 2\,x + 4$

Application 1 :

Application 1 :

Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) dans chaque cas :

1. $A(1,3), \quad B(-2,5)$
2. $A(-3,4), \quad B(2,-1)$
3. $A\left(\frac{2}{3},-3\right), \quad B\left(-4,\frac{1}{2}\right)$

Application 2 :

Application 2 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère une droite (D) de coefficient directeur -4, et une droite (Δ) de coefficient directeur 2.

1. Déterminer l'équation réduite de (D) tel que : $A(2, -1) \in (D)$
2. Déterminer l'équation réduite de (Δ) tel que : $B(0; 5) \in (\Delta)$

IV- Droites parallèles, droites perpendiculaires :

IV- Droites parallèles, droites perpendiculaires :

Activité :

IV- Droites parallèles, droites perpendiculaires :

Activité :

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ on considère les droites (D) et (D') d'équations respectives :

$$(D) : y = 2x - 3 \quad et \quad (D') : y = 2x + 3$$

1. Construire les deux droites (D) et (D')
2. Que remarquez-vous ?
3. Soit (D'') la droite d'équation : $(D'') : y = \dfrac{-1}{2}x + 1$
   Construire (D'') puis vérifier que $(D'') \perp (D)$

1) Condition de parallélisme de deux droites :

1) Condition de parallélisme de deux droites :

Propriété :

1) Condition de parallélisme de deux droites :

Propriété :

Soit (O, I, J) un repère orthonormé . (D) et (D') deux droites tels que :

$$\begin{cases} (D) : y = m\,x + p \\ (D') : y = m'\,x + p' \end{cases}$$

Si :

$$\begin{cases} m = m' \text{ , } alors : \quad (D) \,//\, (D') \\ (D) \,//\, (D') \text{ , } alors : \quad m = m' \end{cases}$$

Exemple :

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la droite (D) d'équation $\quad (D) : y = 4x + 5$

et (Δ) la droite d'équation $\quad (\Delta) : y = 4x - 1$.

(D) et (Δ) ont le même coefficient directeur, donc : $\quad (D) // (\Delta)$.

Application :

Application :

Dans chaque cas, déterminer l'équation réduite de la droite (L) passant par le point $M(3;-1)$ et parallèle aux droites suivantes :

1. $(D_1) : y = 2x - 6$
2. $(D_2) : y = \dfrac{-1}{3}x + 4$
3. $(D_3) : y = -5x - 1$

2) Condition de perpendicularité de deux droites :

2) Condition de perpendicularité de deux droites :

Propriété :

2) Condition de perpendicularité de deux droites :

Propriété :

Soit (O, I, J) un repère orthonormé . (D) et (D') deux droites tels que :

$$\begin{cases} (D) : y = m\,x + p \\ (D') : y = m'\,x + p' \end{cases}$$

Si :

$$\begin{cases} m \times m' = -1 \ , \ alors : \quad (D) \perp (D') \\ (D) \perp (D') \ , \ alors : \quad m \times m' = -1 \end{cases}$$

Exemple :

Exemple :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la droite (D) d'équation : $(D) : y = 3x + 2$

et (Δ) la droite d'équation $(\Delta) : y = \dfrac{-1}{3}x - 7$.

On a : $3 \times \left(\dfrac{-1}{3}\right) = -1$

Donc : $(D) \perp (\Delta)$

Application :

Application :

Dans chaque cas, déterminer l'équation réduite de la droite (L) passant par le point $M(-2; -3)$ et perpendiculaire aux droites suivantes :

1. $(D_1) : y = 2x - 6$
2. $(D_2) : y = \dfrac{-2}{5}x + 7$
3. $(D_3) : y = -9x + 3$